Università degli Studi
**Mediterranea**
di Reggio Calabria

***FISICA TECNICA***

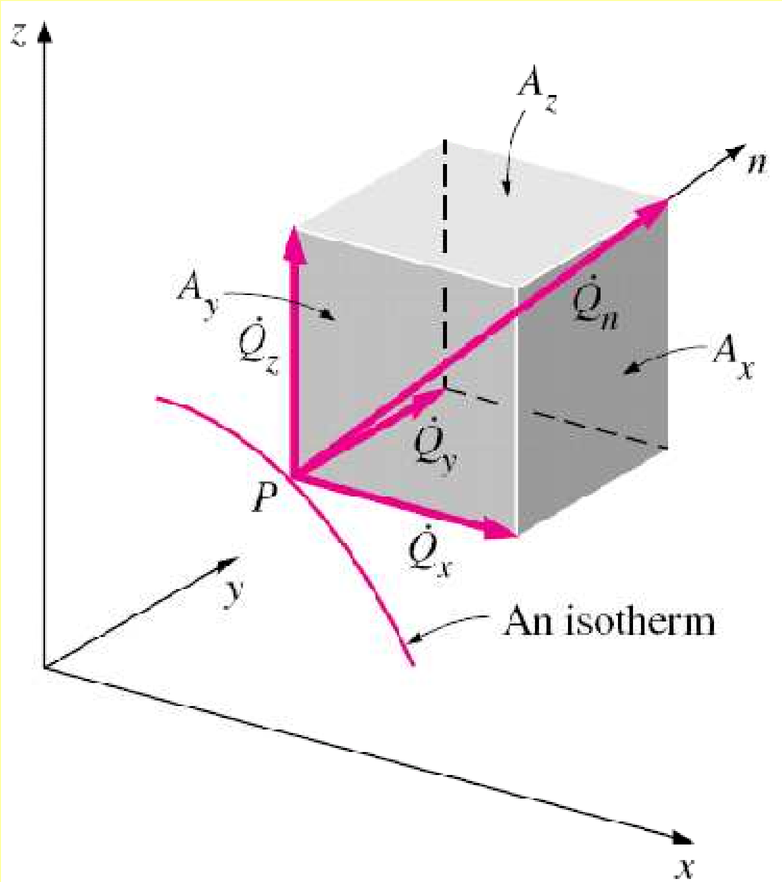
Prof. Ing. Marina Mistretta

# *Regime transitorio termico*

a.a. 2011/2012

29/11/2011

# Conduzione




$$T = f\left(x, y, z, \tau\right)$$

**Ipotesi:**

**1. Regime di trasmissione stazionario**: Variazioni di temperatura e flusso di calore non dipendenti dal tempo, cioè costanti nel tempo.

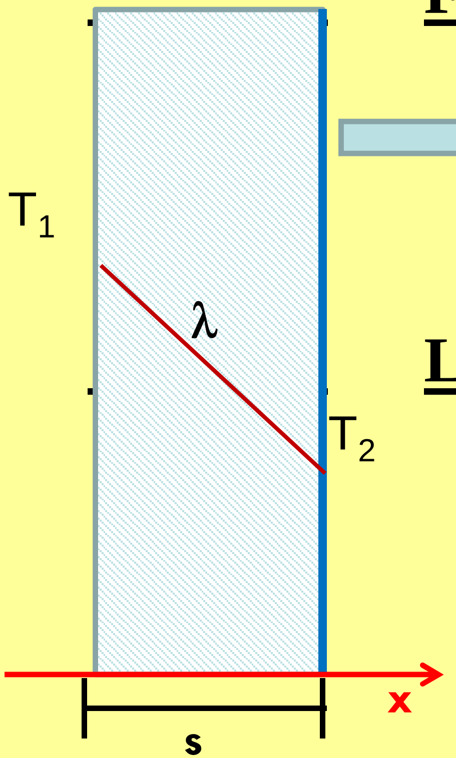
Allora $T = f\,(x,y,z)$ e $Q$ avrà componenti lungo $x$, lungo $y$ e lungo $z$

**2. Configurazione monodimensionale (per date configurazioni geometriche, es. componenti involucro edilizio)**

Il flusso termico si propaga solo lungo una direzione (es. lungo $x$) perché la temperatura varierà solo lungo $x$. Questa condizione è legata alla geometria del mezzo di propagazione (es. se **s** trascurabile rispetto alle dimensioni $y$ e $z$)

# Configurazione di riferimento

## Strato piano semplice




### Flusso termico

$$\boxed{q = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right]}$$

### Legge di variazione della temperatura

$$dT = -\frac{q}{\lambda} dx;$$

$$\int_{T_1}^{T} dT = -\frac{q}{\lambda} \int_{0}^{x} dx; \quad T - T_1 = -\frac{q}{\lambda} x; \quad T - T_1 = -\frac{q}{\lambda} x;$$

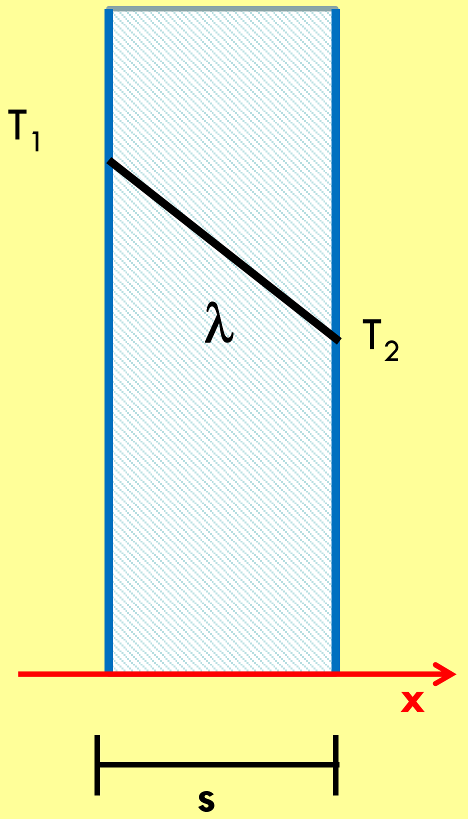
$$\boxed{T(x) = T_1 - \frac{q}{\lambda} x}$$

# Strato piano semplice

**Essendo**

$$T(x) = T_1 - \frac{q}{\lambda}x$$

$$q = \frac{\lambda}{s}(T_1 - T_2) \quad \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

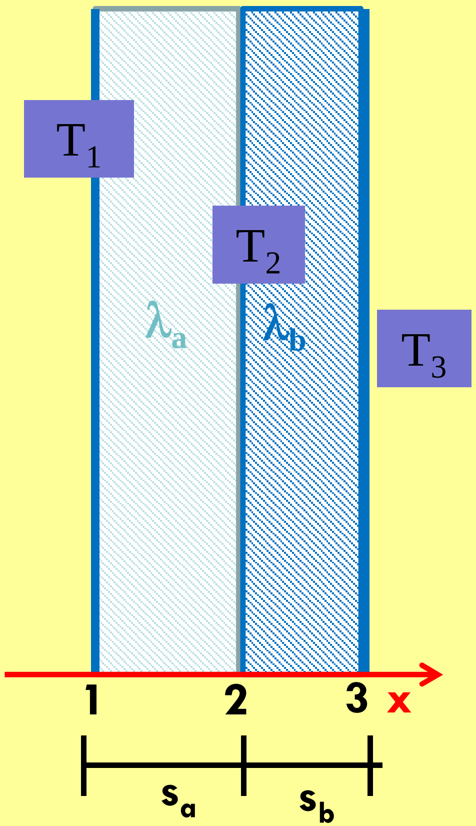



$$T = \left(\frac{T_2 - T_1}{s}\right)x + T_1$$

***È stato determinato il campo di temperatura***

# Conduzione stazionaria in uno strato piano multiplo

$$T_a = \left(\frac{T_2 - T_1}{s_a}\right)x + T_1 \qquad T_b = \left(\frac{T_3 - T_2}{s_b}\right)(x - s_a) + T_2$$




$$(T_1 - T_2) = \frac{q_a s_a}{\lambda_a} \qquad (T_2 - T_3) = \frac{q_b s_b}{\lambda_b}$$

Ma $q = q_a = q_b$ in regime stazionario

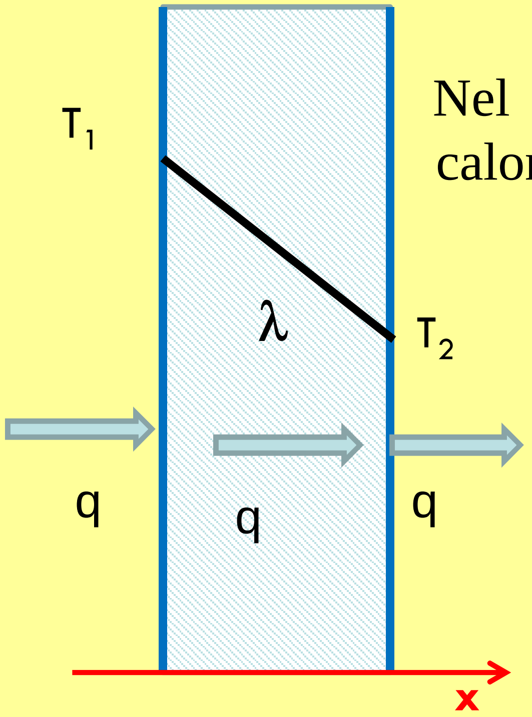
Sommando membro a membro le due equazioni si ottiene:

$$(T_1 - T_2) + (T_2 - T_3) = q\left(\frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b}\right)$$

$$q = \frac{(T_1 - T_3)}{\boxed{\left(\frac{s_a}{\lambda_a} + \frac{s_b}{\lambda_b}\right)}}$$

Resistenza conduttiva

# Conduzione in parete piana




Nel caso di regime stazionario, in assenza di generazione di calore, avviene che:

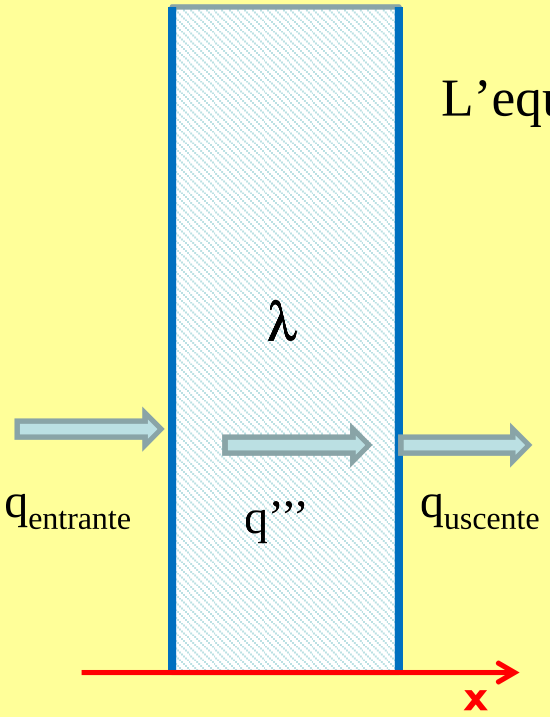
$$q_{entrante} = q_{uscente}$$

(equazione di bilancio energetico)

Se all'interno della parete c'è una sorgente che determina calore, cioè una sorgente di generazione di calore, cambia:

- La distribuzione della temperatura
- Il bilancio di energia

# Parete piana con generazione di calore




L'equazione di bilancio energetico diventa:

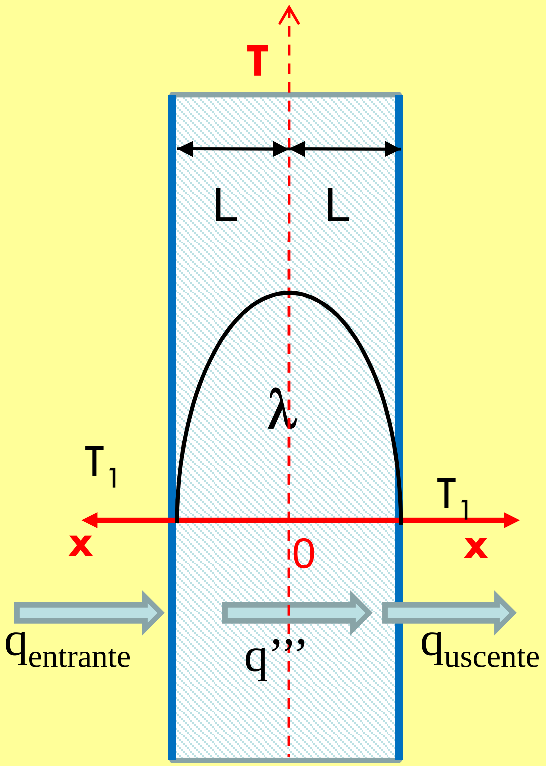
$$q_{entrante} + q''' = q_{uscente}$$

($q_{gen}$: flusso generato all'interno)

Si verifica che:

La distribuzione della temperatura non è più di primo grado, ma di secondo grado (l'andamento grafico non è più rettilineo ma parabolico)

# Parete piana con generazione di calore (figura)




Equazione della distribuzione della temperatura

Da a: $T(x) = T_1 - \dfrac{q}{\lambda} x$

T (x) = $T_1 + q'''(L^2 - x^2)$

**Condizioni al contorno**

x =0 T = $T_1 + q'''L^2$

x = L T = $T_1$

**Esempi di distribuzione di temperatura parabolica**:

- calore generato in un getto di cemento durante la reazione esotermica di presa
- generazione di calore nelle lamelle di un trasformatore o di una macchina elettrica
- produzione di calore per effetto Joule nei conduttori.

# Regime transitorio termico

Supponiamo di avere un corpo a *resistenza termica interna trascurabile* a temperatura iniziale Ti, e che questo sia immerso in un fluido avente temperatura costante $T_a$.

***Se la resistenza interna del corpo*** fosse nulla allora la temperatura sarebbe uniforme: non ci sarebbero flussi di calore (dispersioni), ma solo calore accumulato. Ciò implicherebbe che tutto il calore entrante si accumulerebbe all'interno del corpo senza uscire (Bilancio energetico)

L'ipotesi di resistenza trascurabile è necessaria per potere assegnare un solo valore di temperatura, con poco errore, a tutto il corpo. Ciò è vero se la conducibilità termica è elevata e se lo spessore è piccolo ***($R = s/\lambda$).***

Se un corpo ha resistenza termica interna trascurabile (quindi è un ottimo conduttore di calore, ossia ha $\lambda$ elevato, come, per esempio nei metalli) allora la temperatura interna del corpo varia molto poco e si può assumere che essa si mantenga uniforme (la medesima ***T in qualunque punto) in tutto il corpo stesso.***

Non vi è più il contributo della variazione spaziale ma resta solo quello

# Regime transitorio termico

Il corpo si raffredda se $T_i > T_A$ ***e possiamo scrivere la semplice equazione di*** bilancio energetico:

$$Q_i - Q_u = Q_{accumulo}$$

$Q_i = 0$ perche si suppone un processo di raffreddamento
$Q_u$ è la potenza termica scambiata per convezione hA(T - Ta)

$Q_{accumulo}$ dipende dalla massa ***m*** del corpo e dal suo calore specifico ***c***.

Calore specifico: quantità di calore che bisogna somministrare a un corpo per farne variare la temperatura di 1°C o 1K (J/kgK)

$$Q_{accumulo} = m \cdot c \cdot \frac{dT}{d\tau}$$

Allora l'equazione di bilancio ($Q_i - Q_u = Q_{accumulo}$) diventa:

$$0 - hA(T - T_a) = m \cdot c \cdot \frac{dT}{d\tau}$$

# Regime transitorio termico

$$hA(T_a - T) = m \cdot c \cdot \frac{dT}{d\tau}$$

La soluzione è:

$$T = T_a + (T_i - T_a)e^{-\left(\frac{hA}{mc}\right)\tau}$$

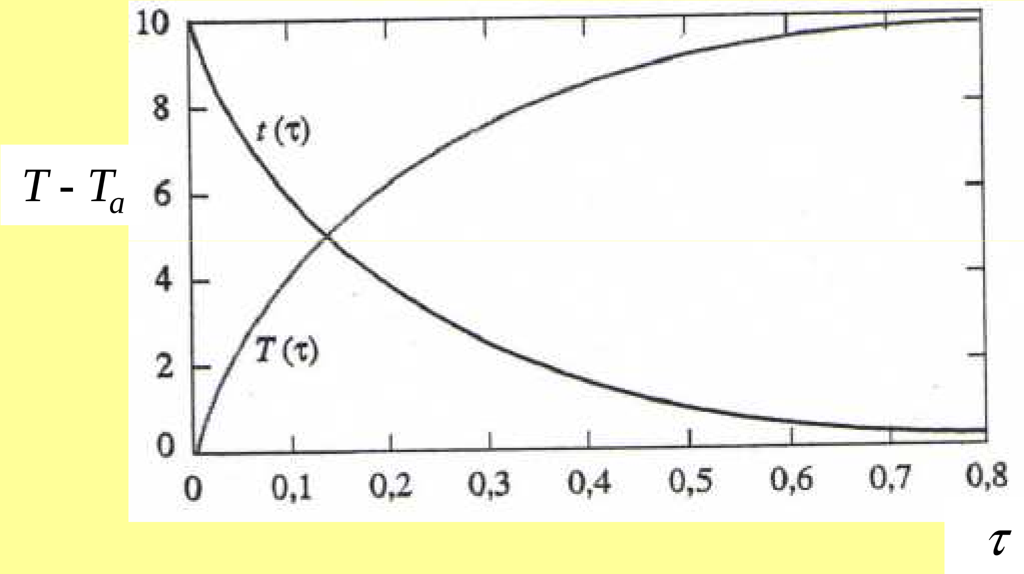
$$T = f(T_a, T_i, h, A, mc, \tau)$$

Ta = Temperatura del fluido ambiente
Ti = Temperatura del corpo all'istante iniziale $\tau = 0$
h = coefficiente di convezione
A = superficie di scambio termico corpo-ambiente
*mc* = capacità termica (calore specifico del corpo x massa del corpo)

# Regime transitorio termico

$$T = T_a + (T_i - T_a)e^{-\left(\frac{hA}{mc}\right)\tau}$$

$$T = f(T_a, T_i, h, A, mc, \tau)$$



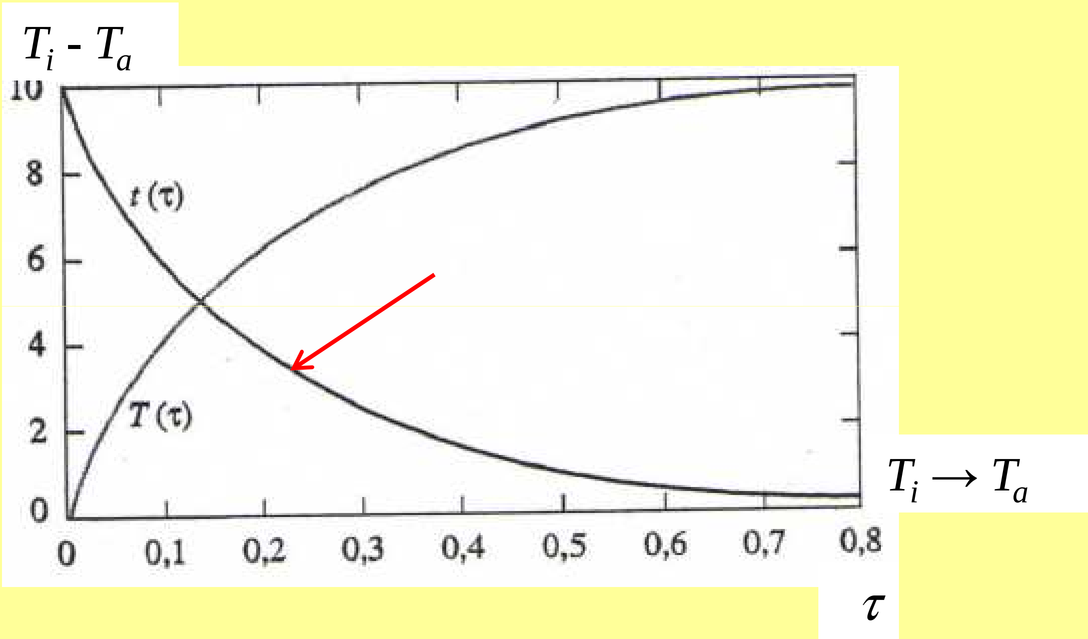

La curva T(τ) indica il processo di riscaldamento del corpo da *Ti* a *Ta*
La curva t(τ) indica il processo di raffreddamento del corpo da *Ti* a *Ta*

# Regime transitorio termico

***Processo di raffreddamento*** ($T_i > T_a$)

La curva t(τ) indica il processo di raffreddamento del corpo da $T_i$ a $T_a$

A $\tau = 0$ $T = T_i$ quindi $T - T_a = T_i - T_a$. Al passare del tempo $\tau > 0$, $T_i$ cresce tendendo a $T_a$ , $T - T_a = 0$



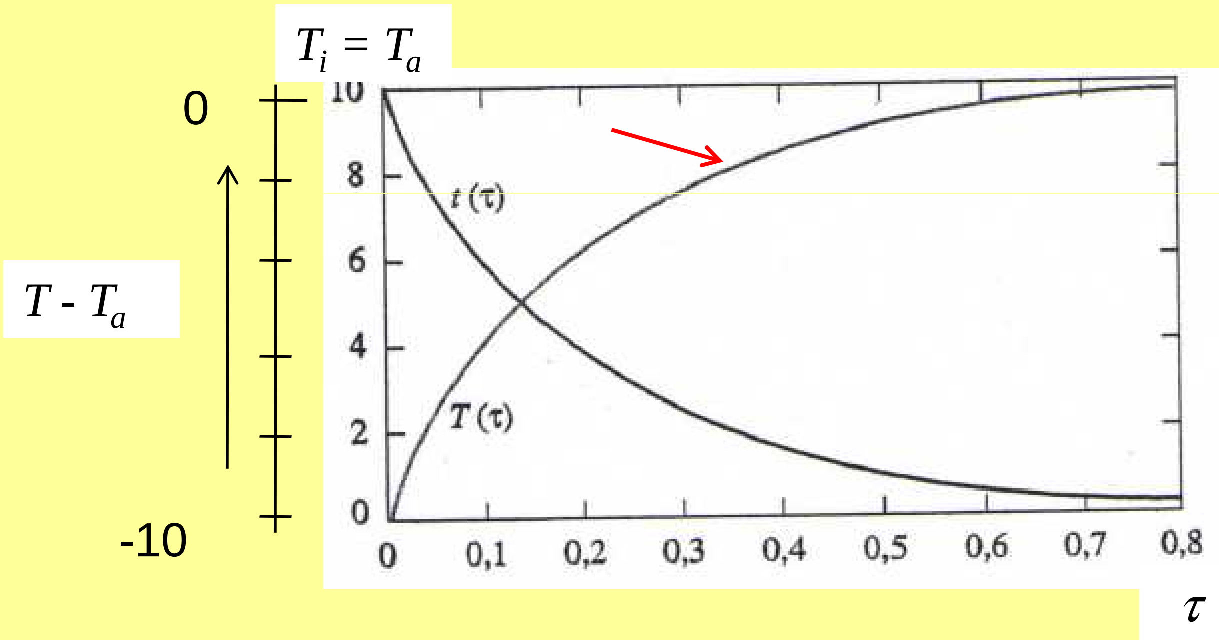
# Regime transitorio termico

***Processo di riscaldamento*** ($T_i < T_a$)

La curva $T(\tau)$ indica il processo di riscaldamento del corpo da $T_i$ a $T_a$

All'inizio $\tau = 0$ e $T = T_i$ , quindi $T - T_a = T_i - T_a$ *(<0 )*

Al passare del tempo $\tau > 0$, $T$ cresce da $T_i$ a $T_a$ , quindi la differenza $T - T_a$ tende a zero



# Regime transitorio termico

***mc*** è CAPACITÀ TERMICA
1/hA è RESISTENZA TERMICA

La quantità $$m \cdot c \cdot \frac{1}{hA} = \frac{mc}{hA}$$

è detta costante di tempo $\tau_c$ = resistenza x capacità termica ***RC***

Pertanto il tempo di raffreddamento e/o di riscaldamento del corpo dipende dal prodotto *RC:*
*una maggiore massa e quindi una maggiore capacità termica comporta un maggior tempo di raffreddamento o di riscaldamento, a parità di resistenza termica.*

L'esponente del l'equazione di raffreddamento può scriversi :

$$\tau_c = \frac{mc}{hA} = \frac{\rho V c}{hA} = \frac{V}{A}\frac{\rho c}{h}$$

$$\tau_c = \frac{mc}{hA} = \frac{\rho V c}{hA} = \frac{V}{A}\frac{\rho c}{h}$$

- L'ultimo membro ci dice che la costante di tempo è tanto maggiore (per cui si hanno periodi di raffreddamento e di riscaldamento lunghi) quanto maggiore è, a parità del rapporto $\rho c/h$, *il rapporto V/A cioè il rapporto di forma dell'oggetto.*
- *L'iglù esquimese* ha la forma emisferica e per questo solido il rapporto *V/A è il massimo possibile:* la sfera ha il maggior volume a parità di superficie disperdente o la minor superficie disperdente a parità di volume. Pertanto la forma di quest'abitazione è geometricamente ottimizzata per minimizzare le dispersioni termiche e quindi per un maggior transitorio di raffreddamento.
- Analoga osservazione si può fare per la forma dei forni di cottura a legna: anch'essi hanno forma emisferica che consente loro di immagazzinare meglio il calore nella massa muraria e di disperderla il più lentamente possibile, a parità di condizioni esterne.

$$\tau_c = \frac{mc}{hA} = mc \cdot \frac{1}{ha} = C \cdot R$$

- In questo forma la costante di tempo viene definita come il prodotto della *capacità termica* (C) per la *resistenza termica totale (R).*
- Allora:

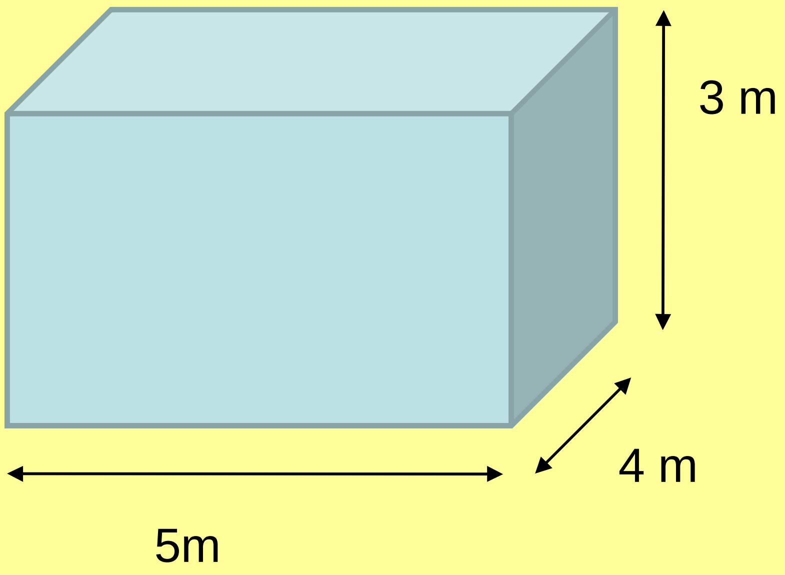
Se la *capacità termica diminuisce* si può accrescere la *resistenza termica in modo da ottenere un prodotto accettabile.* Ciò è quello che l'attuale legislazione italiana cerca di realizzare per il contenimento energetico per il riscaldamento degli edifici.

Poiché che la massa dei moderni edifici tende sempre più a diminuire, per esempio per l'utilizzo di moduli prefabbricati o per effetto dell'industrializzazione dei manufatti edilizi o per ridurre le forze sismiche, l'attuale normativa impone che si utilizzi un opportuno isolamento termico in modo da accrescere la *resistenza termica*.

# Costante di tempo di un edificio

**ESERCIZIO**

- Si abbia un edificio monovolume avente una massa di 55000 kg (55 t), costruito in muratura piena con densità di 1900 kg/$m^3$ e calore specifico di 1100 J/kgK, volume totale di 5 x 4 x 3 = 60 $m^3$, superficie disperdente totale di 2 x (5 + 4) x 3 + 2 x 5 x 4 = 94 $m^2$ .
- Supponendo un coefficiente di convezione esterna di 25 W/ $m^2$K , si calcoli la costante di tempo.
- **SOLUZIONE**



$$\tau_c = \frac{mc}{hA} = \frac{V}{A}\frac{\rho c}{h} = \frac{60}{94}\frac{1900 \cdot 1100}{25} = 53362 = 14{,}82\ (ore)$$

La costante di tempo è circa 15 ore; essa è il ritardo con cui l’ambiente dato avverte una variazione di temperatura.

Con densità di 800 kg/m3 la costante di tempo si ridurrebbe a 6,24 ore e le variazioni di temperatura esterne sarebbero avvertite prima all'interno.